

専門科目（午前）

2 1 大修

時間 9 時 3 0 分～1 2 時 0 0 分

物質電子化学
物質科学創造（化学系）
材料物理学（化学系）
化学環境学
生物プロセス
生体分子機能工学

「解答始め」の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。

注意事項

1. 物質電子化学専攻、物質科学創造専攻（化学系）、材料物理学専攻（化学系）および化学環境学専攻を受験する場合には、次の 7 題の問題の中から 4 題を選んで解答せよ。
生物プロセス専攻および生体分子機能工学専攻を受験する場合には、数学（1, 2）、物理（3, 4）、化学（5, 6）、生物（7）の各科目より各々 1 題ずつ選んで解答せよ。
なお、いずれの専攻の場合も解答する問題は 4 題をこえてはならない。
2. 解答は 1 題ごとに別々の答案用紙に記入せよ。答案用紙の最初の 2 行を空け、3 行目から記入することとし、答案用紙の裏面には解答しないこと。
3. 答案用紙には 1 枚ごとに問題の番号および受験番号を記入せよ。
4. 空欄を埋める形式の問題を解答する場合には、答案用紙に欄の記号または番号とそれぞれ対応する解答をともに記入せよ。

1. 次の関数 $f_n(x)$

$$f_n(x) = \frac{(-1)^n}{n!} e^{\frac{x^2}{2}} \frac{d^n}{dx^n} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

について以下の問に答えよ。

[1] $f_0(x)$ と $f_1(x)$ を x の多項式で表せ。

[2] 次の漸化式が成立することを、 $n=1$ の場合について示せ。

$$(n+1)f_{n+1}(x) = xf_n(x) - f_{n-1}(x)$$

[3] 次式が成立することを示せ。ただし、 $f'_n(x)$ は $f_n(x)$ の x に関する一階微分を表す。

$$f'_n(x) = f_{n-1}(x)$$

[4] $f_n(x)$ が次の微分方程式を満足することを示せ。ただし、 $f''_n(x)$ は $f_n(x)$ の x に関する二階微分を表す。

$$f''_n(x) - xf'_n(x) + nf_n(x) = 0$$

[5] $F_n(x) \equiv f_n(x)e^{-\frac{x^2}{2}}$ によって定義される関数 $F_n(x)$ について、

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F_m(x)F_n(x)dx = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ \pi^{1/2}2^n n! & m = n \end{cases} \quad \text{ただし、} m, n = 0, 1, 2, \dots$$

が成り立つことが知られている。このとき、

$$\int_{-\infty}^{+\infty} xF_n(x)F_n(x)dx$$

を求めよ。

2. 空間に原点 $O(0, 0, 0)$ と 2 直線 l, m がある。

$$l: \frac{x}{2} = y - 2 = \frac{z - 1}{3}, \quad m: \frac{x - 2}{4} = -y + 10 = z - 3$$

2 直線 l, m の両方に直交する直線を g とし、 l と g の交点を P 、 m と g の交点を Q とする。

【1】 直線がのびている方向を指し示すベクトルのことを方向ベクトルという。2 直線 l, m のそれぞれの方向ベクトル $\vec{l}, \vec{m}$ を求めよ。

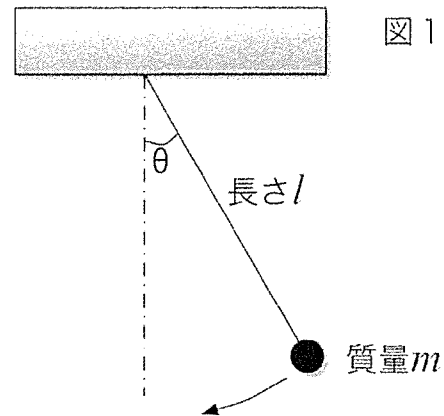
【2】 点 P から点 Q へのベクトルを $\overrightarrow{PQ}$ とし、 $\overrightarrow{PQ}$ と $\vec{l}, \vec{m}$ との関係から、 P, Q の座標を導け。

【3】 $\overrightarrow{PQ}$ は直線 g の方向ベクトルである。 $\overrightarrow{PQ}$ および直線 g の方程式を求めよ。

【4】 原点 $O(0, 0, 0)$ から点 P へのベクトルを $\overrightarrow{OP}$ 、点 Q へのベクトルを $\overrightarrow{OQ}$ とし、 $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{OQ}$ のなす角を θ とする。内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ を求めよ。また、 $\cos \theta$ を求めよ。

【5】 $\triangle OPQ$ の面積を求めよ。

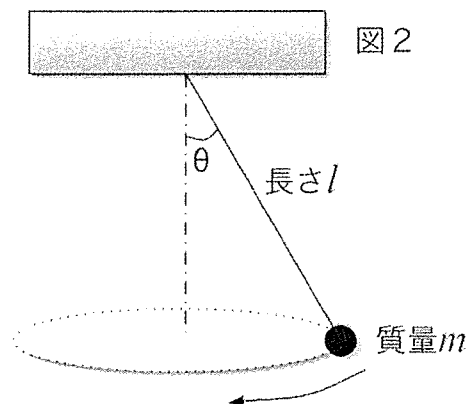
3. 図1の様に長さ l のひもの先に質量 m のおもりを付けて天井からつるし、天井からの垂線からひもを角度 $\theta = \theta_0$ だけ持ち上げて手を離す場合を考える。ただし、 θ_0 の範囲は $0 < \theta_0 < \pi/2$ 、重力加速度を g とし、おもりの大きさ、ひもの重さ、摩擦、空気抵抗は無視できるものとする。なお、新たに記号が必要な場合はその定義を明示して用いること。



以下の各問に答えよ。

- [1] 手を離す時におもりに初速を与えない場合、このおもりに働く力を図示せよ。
- [2] おもりはどのような運動をすると考えられるか。図を用いて説明せよ。
- [3] おもりの運動に対する運動方程式を示せ。なお、おもりの変位を θ 、時間を t とした微分方程式として表すこと。
- [4] [3] で求めた方程式について、 θ_0 が十分小さい場合の近似式を示せ。
- [5] θ_0 が十分小さい場合、おもりの運動の角振動数 ω と周期 T を求めよ。なお、導出過程も示すこと。

- [6] 図2の様に、おもりから手を離す際、水平方向に初期速度を与え、水平面内で円を描きながら等速運動させる場合を考える。ただし、おもりの円運動の角振動数を ω' 、垂線とひもの成す角を θ とする。この場合、おもりに働く力を図示せよ。



- [7] [6] の運動の場合におもりに働く力のつりあいを式で示せ。
- [8] [6] の運動の場合、おもりの円運動の角振動数 ω' と周期 T' を求めよ。
- [9] [1] のように初期速度を与えずに運動させる場合を再び考える。ひもの長さを l から $l \cos \theta$ に切り詰めた場合、おもりの運動の周期は、ひもの長さ l で[6]の様に円運動させた場合に比べてどの様に変化するか。長くなる、等しい、短くなる、のうちいずれかを選び、その理由を説明せよ。

4. 以下の各問に答えよ。

〔1〕 以下の文章の（ア）～（キ）に適切な式または記号を入れよ。

量子力学は物質が粒子と波動両方の性質を合わせもつことを取り扱う。古典物理では、速度 v で伝搬する波 $u(x, t)$ は、波動方程式

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

により表される。量子力学では、量子力学的な波 $\Phi(x, t)$ がシュレディンガー方程式により表される。 $\Phi(x, t)$ の時間部分を $e^{i\omega t}$ 、 x を変数とする空間部分を $\psi(x)$ と表し、 $\Phi(x, t)$ を $e^{i\omega t}$ と $\psi(x)$ の積で表して変数分離を行うと、空間部分に関する方程式は

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = \boxed{\text{（ア）}} \quad (2)$$

となる。角振動数 ω と振動数 ν の関係式

$$\omega = \boxed{\text{（イ）}} \quad (3)$$

ならびに、波長を λ とした場合の速度 v ，振動数 ν の関係式

$$v = \boxed{\text{（ウ）}} \quad (4)$$

を用いて（2）式を変形すると、

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \psi(x) = 0 \quad (5)$$

を得る。

ここでド・ブロイの物質波の概念を導入する。まず、粒子の質量を m とする

（問4 は次ページに続く）

と粒子の全エネルギー E は、粒子の位置エネルギー ($V(x)$ とする) と運動エネルギーの和で表されるので、運動量 p は

$$p = \boxed{\text{(エ)}} \quad (6)$$

となる。一方、運動量 p の粒子の波長 λ は、プランク定数を h とすると、

$$\lambda = \boxed{\text{(オ)}} \quad (7)$$

と表される。従って (6)、(7) 式から

$$\lambda = \boxed{\text{(カ)}} \quad (8)$$

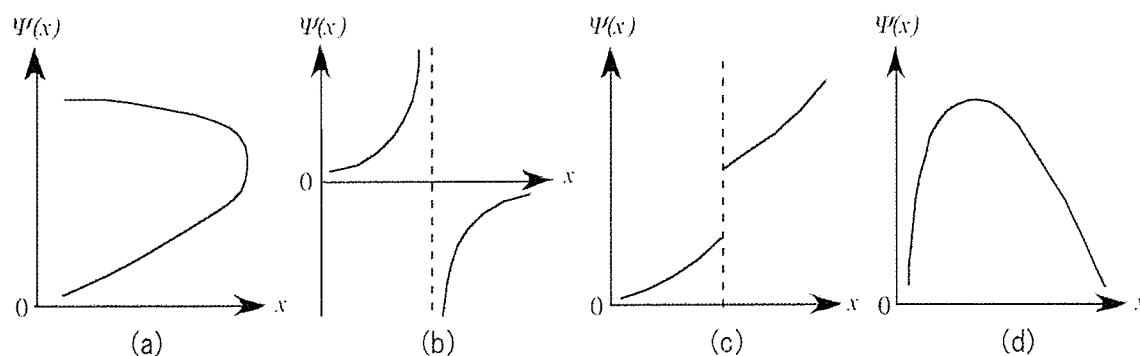
となる。これを (5) 式に代入すると、1 次元運動に対するシュレディンガー方程式

$$\boxed{\text{(キ)}} \quad (9)$$

が得られる。ここで $\psi(x)$ は波動関数と呼ばれる。

[2] 波動関数の物理的な意味を 2 行以内で説明せよ。

[3] 下記の (a) ~ (d) の関数は、波動関数として適切か否かを判定し、その理由をそれぞれ 2 行以内で説明せよ。



5. 以下の各問に答えよ。

[1] 次の問に答えよ。

周期表において同じ族の元素の原子半径（金属結合半径あるいは共有結合半径）は下に行くほど（ **ア**：大きく、小さく ）なる。(A)同族の遷移元素では、第5周期と第4周期の原子半径の差は、第6周期と第5周期の原子半径の差と比べ（ **イ**：大きく、小さく、等しく ）なる。また、(B)3族から12族および18族の元素を除くと、同一周期に属する元素の原子半径は右に行くほど（ **ウ**：大きく、小さく ）なる。

第2、第3周期では13族、16族を除けば、同一周期の元素の第1イオン化エネルギーは原子番号が大きくなるにつれて（ **エ**：大きく、小さく ）なる。一方、(C) AlはMgより核電荷が（ **オ**：大きい、小さい、等しい ）のにもかかわらず、その第1イオン化エネルギーはMgのそれより（ **カ**：大きい、小さい）。

族 \ 周期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	H																	He
2	Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
3	Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
6	Cs	Ba		Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn

↑
ランタノイド

- (1) (ア) ~ (カ) について、それぞれ適切な語句を選べ。
- (2) 下線部 (A) の現象は何と呼ばれているか。またこの現象が起こる理由を3行以内で説明せよ。
- (3) 下線部 (B) の現象が起こる理由を3行以内で説明せよ。
- (4) 下線部 (C) の現象が起こる理由を3行以内で説明せよ。

(問5は次ページに続く)

【2】 水の解離速度に関する文章の（ア）－（サ）に適切な式または数値を入れよ。

水の解離平衡は、次のように記述できる。



ここで濃度 $a \text{ mol } \ell^{-1}$ の水が解離をおこし、 H^+ と OH^- の濃度がそれぞれ $x \text{ mol } \ell^{-1}$ となることを考える。このとき水の解離の速度が水の濃度に比例するとすれば、正反応の速度は速度定数を k_1 とすると、 $k_1 \times (\text{ア})$ で表される。一方、イオン間（ H^+ と OH^- ）の再結合の速度がそれぞれの濃度の積に比例するとすれば、逆反応の速度は速度定数を k_{-1} とすると、 $k_{-1} \times (\text{イ})$ で表される。したがって、水溶液中における正味のイオン生成速度、 $\frac{dx}{dt}$ は（ウ）となる。

温度を急激に変化させると H^+ と OH^- の濃度は、新しい条件での平衡値 $x_e \text{ mol } \ell^{-1}$ に移るように変化する。ここでイオン生成速度、 $\frac{dx}{dt}$ を書き表すときに $x_e \text{ mol } \ell^{-1}$ と各時刻における $x \text{ mol } \ell^{-1}$ の値の差 $\Delta x \text{ mol } \ell^{-1}$ を考えると便利である。すなわち Δx を $\Delta x = x - x_e$ とすると、 x の変化の速度は（ウ）より次のように書き直すことができる。

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d(x_e + \Delta x)}{dt} = \frac{d(\Delta x)}{dt} = k_1 (a - x_e - \Delta x) - k_{-1} (x_e + \Delta x)^2 \quad (2)$$

新しい平衡状態が元の平衡状態とほんの少ししか違わないとすれば、すべての反応時間において Δx は、 x_e よりもずっと小さいと見なすことができる。したがって、 $(\Delta x)^2$ の項は（エ）の項に比べて無視できる。

さらに、平衡においては $\Delta x = 0$ 及び $\frac{d(\Delta x)}{dt} = 0$ となる。すなわち、

$$k_1(a - x_e) = k_{-1}(x_e)^2 \quad (3)$$

の関係が成り立つので、（2）式は次のように簡素化できる。

（問5は次ページに続く）

$$\frac{d(\Delta x)}{dt} = -(k_1 + 2 k_{-1} x_e) \Delta x \quad (4)$$

ここで時間 $t=0$ において Δx が Δx_0 であるとする、 Δx の時間変化は (4) 式を積分することによって (5) 式のように記述できる。

$$\Delta x = (\text{オ}) \quad (5)$$

ここで、 Δx が最初の値 Δx_0 の $1/e$ に減少するのに要する時間は、緩和時間 τ と呼ばれている。したがって緩和時間 τ は、(6) 式のように表すことができる。

$$\tau = (\text{カ}) \quad (6)$$

緩和時間 τ および x_e の値が分かれば、 k_1 と k_{-1} の値を知ることができる。ここで、水の解離平衡の緩和時間は、 25°C において $36 \mu\text{s}$ である。この温度での水のイオン積、即ち $[\text{H}^+][\text{OH}^-]$ の値は (キ) であるので、それぞれのイオン濃度がわかる。この H^+ 濃度 $[\text{H}^+]$ と OH^- 濃度 $[\text{OH}^-]$ の値は、(6) 式における x_e と見なせるので、(7) 式の関係を得る。

$$\frac{1}{\tau} = k_1 + (\text{ク}) \quad (7)$$

平衡状態では、 $k_1 [\text{H}_2\text{O}] = k_{-1} [\text{H}^+][\text{OH}^-]$ であるので

$$\frac{k_1}{k_{-1}} = \frac{[\text{H}^+][\text{OH}^-]}{[\text{H}_2\text{O}]} = (\text{ケ}) \text{ mol } \ell^{-1} \quad (8)$$

(有効数字2桁で答えよ。)

上記の (7) および (8) 式から、 $k_1 = (\text{コ})$ 、 $k_{-1} = (\text{サ})$ の値を知ることができる (有効数字2桁で答えよ。また、単位も忘れずに答えよ。)

6. 以下の各問に答えよ。

[1] 次の A、B、C について、それぞれを () 内に指示された性質の順番にならべよ。

(1) A. CH_3COOH B. CF_3COOH C. CCl_3COOH
(酸性の高い順)

(2) A. フェノール B. *m*-ニトロフェノール C. *p*-ニトロフェノール
(酸性の高い順)

(3) A. アニリン B. ベンジルアミン C. ジフェニルアミン
(塩基性の高い順)

(4) A. ベンゼン B. 酢酸のメチル基 C. メタノールのメチル基
($^1\text{H-NMR}$ でシグナルが高磁場の順)

(5) A. O-H B. C-O C. C=O
(IR での伸縮振動の波数の大きい順)

(問 6 は次ページに続く)

[2] 次の各問に答えよ。

(1) 分子式が $C_3H_4Br_2$ の環状化合物がある。

(a) 2つの臭素原子が同一炭素上に結合している異性体の構造式を示せ。

(b) 2つの臭素原子が同一炭素上には存在しない全ての異性体の構造式を立体構造がわかるように示せ。また、ジアステレオマーおよびエナンチオマーの関係にあるものがどれかを明示せよ。

(2) 分子式が $C_5H_6O_2$ の不斉中心をもつカルボン酸がある。これに水素添加を行うと、等モルの水素と反応し、不斉中心をもたないカルボン酸が得られた。水素添加前のカルボン酸の構造式を示せ（不斉中心の立体は特定しなくても良い）。

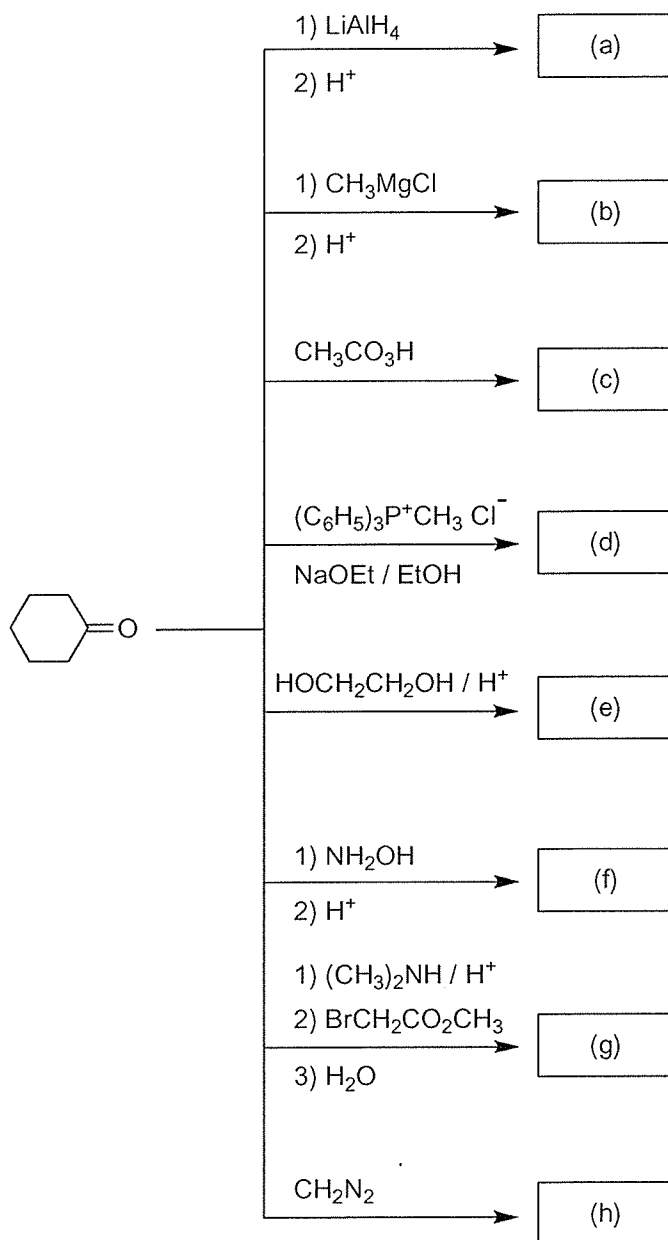
(3) 次の(a)および(b)の化合物を指定の方法を用いて立体配置がわかるように示せ。

(a) (*S*)-2-ブロモブタン (Fischer 投影式)

(b) (1*S*, 2*S*)-1, 2-ジフェニル-1, 2-エタンジオール (Newman 投影式)

(問6は次ページに続く)

【3】シクロヘキサノン为原料として以下の反応を行った。(a)～(h)に適切な生成物の構造式を記入せよ。



7. 以下の各問に答えよ。

【1】 次の文を読んで問に答えよ。

DNA は、五炭糖である（ア）に塩基とリン酸が結合した（イ）がリン酸ジエステル結合で連なった物質であり、塩基としてはアデニン、グアニン、シトシン、（ウ）の4種類がある。二本の DNA 鎖が逆向きに配置した（エ）巻き二重らせん構造をつくる。DNA 中の塩基配列が遺伝情報としてタンパク質のアミノ酸配列をコードし、細胞が分裂する際に DNA は複製されて子孫に受け継がれる。

DNA の複製には（イ）のトリリン酸型が使われ、鋳型 DNA に対して相補的な塩基対を形成する DNA 鎖が DNA ポリメラーゼにより合成される。(A)二本鎖 DNA は部分的に二本の一本鎖 DNA に開裂し、それぞれが鋳型となって新たな DNA 鎖が合成される。この過程はそれぞれの一本鎖 DNA に対して同時に行われる。

DNA の情報を基にタンパク質が合成される際には、まず配列情報が mRNA に写しとられる。この段階を（オ）といい、この際に働く酵素が（カ）である。真核細胞の mRNA にはタンパク質をコードする領域である（キ）とコードしない領域である（ク）がある。（オ）の後に、コードしない領域を切りとってコードする領域どうしを再結合する。これを（ケ）という。

mRNA は（コ）に結合し、その配列情報に基づいたタンパク質が合成される。アミノ酸の遺伝暗号となる三つの塩基の配列を（サ）という。（サ）に相補的な（シ）を有する tRNA は対応するアミノ酸と結合しており、mRNA の配列情報に従ってアミノ酸が（ス）結合によって順次連結されることでタンパク質が合成される。

（1） 文章の空欄（ア）～（ス）に当てはまる適切な語を答えよ。

（2） DNA の複製は二本鎖が一本鎖に開裂した分岐点の移動に伴って進行するが、DNA ポリメラーゼは 5'→3'の一定方向にしか DNA 鎖を合成できない。下線部 (A)にある同時複製をどのように実現しているか、その機構について数行程度で説明せよ。必要に応じて図を用いてもよい。

（問7は次ページに続く）

[2] 次の各問に答えよ。

- (1) 緑色植物の行う光合成とは何か、2行程度で説明せよ。
- (2) 緑色植物において、光合成が行われる細胞内小器官の名称を答えよ。
- (3) 植物の葉が緑色に見える理由となる色素の名称を答えよ。また、その色素に含まれる金属は何か、答えよ。
- (4) 緑色植物の光合成速度を波長に対してプロットしたグラフを光合成の作用スペクトルという。横軸に可視光の波長を示し、縦軸に光合成速度(単位は不要)をとり、作用スペクトルの大まかな形を図示せよ。
- (5) 光合成で発生する酸素が、水あるいは二酸化炭素のいずれに由来するか調べたい。同位体 ^{18}O を含む化合物を用いてどのような実験を行うとよいか考え、2行程度で答えよ。
- (6) 光合成の研究において $^{14}\text{CO}_2$ を用いて発見され、1961年ノーベル化学賞の受賞理由となった回路の名称を答えよ。
- (7) ブドウ糖を構成成分とする植物が作る高分子の名称を2つ記せ。

[3] 次の各問に答えよ。ただし、気体定数 R および絶対温度 T について、 $RT \times \ln 10 = 5.7 \text{ (kJ/mol)}$ とする。

- (1) タンパク質中のヒスチジン側鎖の pK_a を6とする。pHが7のときにヒスチジン側鎖の何%がプラス電荷をもつか、求めよ。
- (2) 大腸菌を水で満たされた大きさ $1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m} \times 3 \mu\text{m}$ の直方体と仮定する。一つの大腸菌に何個の水素イオンが存在するか、求めよ。ただし内部のpHは7とする。
- (3) タンパク質の立体構造を安定化しているエネルギーは小さい。あるタンパク質について、変性状態から天然状態(native)の立体構造に遷移する際の自由エネルギー変化は、 $\Delta G = -28.5 \text{ kJ/mol}$ であるとする。
 - (a) 天然状態と変性状態との間の平衡定数を求めよ。
 - (b) このタンパク質が変性状態から天然状態におりたたむ(フォールディングする)のに平均で1ミリ秒を要する場合、逆に天然状態から変性することは平均して何秒に1回の頻度で起こるか、求めよ。