

専門科目（午前）

20 大修

時間 午前9時30分～12時00分

物質電子化学
物質科学創造C
材料物理学D
化学環境学
生物プロセス
生体分子機能工学

「解答始め」の合図があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。

注意事項

1. 物質電子化学専攻、物質科学創造専攻（物質科学創造C）、材料物理学専攻（材料物理学D）、および化学環境学専攻を受験する場合には、次の7題の問題の中から4題を選んで解答せよ。
生物プロセス専攻および生体分子機能工学専攻を受験する場合には、数学（1、2）、物理（3、4）、化学（5、6）、生物（7）の各教科より各々1題ずつ選んで解答せよ。
なお、いずれの専攻の場合も解答する問題は4題を越えてはならない。
2. 解答は1題ごとに別々の答案用紙に記入せよ。答案用紙の最初の2行を空け、3行目から記入することとし、答案用紙の裏面には解答しないこと。
3. 答案用紙には1枚ごとに問題の番号および受験番号を記入せよ。
4. 空欄を埋める形式の問題を解答する場合には、答案用紙に欄の記号または番号とそれぞれ対応する解答をともに記入せよ。

1. オイラー定数 γ は

$$\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n \right) = 0.5772156649 \dots$$

で与えられる数学定数の1つである。オイラー定数 γ を求めるための無限積分を導出したい。以下の各問に答えよ。

[1] $n > 0$ において $\int_0^\infty e^{-nx} dx$ が $\frac{1}{n}$ であることを示せ。

[2] [1]の結果を用いて、 $\ln n = \int_0^\infty \frac{e^{-x} - e^{-nx}}{x} dx$ が成立することを示せ。

[3] [1]の結果を用いて、級数 $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ が

$$S_n = \int_0^\infty \frac{e^{-x} - e^{-(n+1)x}}{1 - e^{-x}} dx$$

で表わされることを示せ。

[4] $(S_n - \ln n)$ に対して $n \rightarrow \infty$ とすると、その極限值がオイラー定数 γ である。そのときオイラー定数 γ が無限積分

$$\int_0^\infty e^{-x} \left(\frac{1}{1 - e^{-x}} - \frac{1}{x} \right) dx$$

で与えられることを示せ。

2. n 個の実数 $X(1), X(2), \dots, X(n)$ を縦に並べた列ベクトル

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} X(1) \\ X(2) \\ \vdots \\ X(n) \end{pmatrix}$$

の全体集合を $\mathbf{R}^n$ とする。すなわち、 $\mathbf{R}^n = \{\mathbf{x} \mid X(1), X(2), \dots, X(n) \in \mathbf{R}\}$ 。
このとき、線形写像

$$f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2 \qquad g: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$$

$$\begin{pmatrix} X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} X(1) + 2X(2) + X(3) \\ -3X(1) + X(2) \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} X(1) \\ X(2) \end{pmatrix} \rightarrow (X(1) - X(2))$$

について、次の問に答えよ。

[1] $\mathbf{R}^3$ の任意の列ベクトル $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ に関して、次の関係を示せ。

$$f(k\mathbf{x}) = kf(\mathbf{x}), \quad f(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = f(\mathbf{x}) + f(\mathbf{y})$$

ただし、 k は定数である。

[2] $\mathbf{R}^3$ の標準基底を $\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

とすると、 $f(\mathbf{e}_1), f(\mathbf{e}_2), f(\mathbf{e}_3)$ を求めよ。

[3] $f(\mathbf{x})$ を $f(\mathbf{e}_1), f(\mathbf{e}_2), f(\mathbf{e}_3)$ を用いて表せ。

[4] 写像 f の表現行列、すなわち $f(\mathbf{x}) = \mathbf{Ax}$ を満たす行列 $\mathbf{A}$ を求めよ。

[5] $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -7 \end{pmatrix}$ とするとき、 $f(\mathbf{a})$ と $f(\mathbf{b})$ は線形独立か、線形従属か。

[6] f に続き g を行う写像を $g \circ f$ と書くとき、この写像の表現行列を求めよ。

[7] [5] で与えた列ベクトル $\mathbf{a}$ を写像 $(g \circ f)$ で変換せよ。

3. 以下の各問に答えよ。

[1] 回転しているアイススケート選手が水平に伸ばした腕を縮めるときの運動について、以下の問に答えよ。ただし、腕を伸ばしたとき（状態A）の慣性モーメントを I_A 、角速度を ω_A 、縮めたとき（状態B）の慣性モーメントを I_B 、角速度を ω_B とする。また、摩擦および外界からのトルクはないものとし、 $I_A \neq I_B$ とする。

- (1) 状態Aおよび状態Bにおける角運動量をそれぞれ示せ。また、状態Aから状態Bへの変化に伴い角運動量は増加するか、減少するか、変わらないか答えよ。
- (2) 状態Aから状態Bへの変化に伴い回転は速くなるか、遅くなるか、変わらないか答えよ。また、その理由も示せ。
- (3) 状態Aおよび状態Bにおける回転の運動エネルギーをそれぞれ示せ。
- (4) 状態Aから状態Bへの変化に伴い回転の運動エネルギーは増加するか、減少するか答えよ。その理由も示せ。
- (5) (4)において、回転の運動エネルギーは変化するにもかかわらず、エネルギー保存の法則が成立しなければならない。どのような現象が起きているか。2行程度で説明せよ。

[2] 固体表面に気体分子が吸着する現象は発熱を伴うのか、吸熱を伴うのかを考える。次の文章の空欄ア～クに適切な記号、式、語句を入れよ。

自由エネルギー変化 ΔG は、エンタルピー変化 ΔH 、ア変化 ΔS 、絶対温度 T を用いると $\Delta G =$ イと表わされる。固体表面への気体分子の吸着は自発的に起こるため、 ΔG ウ 0 の現象と言える。また、これは気体分子が固体表面に集まる現象であるため、 ΔS エ 0 である。以上を考慮すると、必然的に ΔH オ 0 となる。すなわち、固体表面に気体分子が吸着するのは カ を伴う現象である。なお、この場合、 ΔH の絶対値は キ と ク の積の絶対値より必ず大きい。

4. 式(ア)～(エ)は電磁気学における法則を表す式である。以下の各問に答えよ。ただし、単位はSI単位系で記せ。

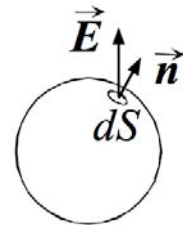
(ア) $\vec{f} = \vec{I} \times \vec{B}$

(イ) $H = \frac{1}{2\pi} \frac{I}{r}$

(ウ) $V = -\frac{d\Phi}{dt}$

(エ) $\epsilon_0 \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \int_V \rho dV$

- [1] 式(ア)の示す法則名を記せ。さらに、 $\vec{f}$ および $\vec{B}$ の物理量ならびに単位をそれぞれ記せ。ここで、 $\vec{I}$ の物理量は電流であり、単位は[A]である。
- [2] 右手系のxyz直交座標をとり、式(ア)の $\vec{I}$ をx軸の正の方向に、 $\vec{B}$ をy軸の正の方向に向ける。この時の $\vec{f}$ の方向を図示せよ。
- [3] 式(ア)の $\vec{f}$, $\vec{I}$, $\vec{B}$ において $\vec{I}$ と $\vec{B}$ が角度 θ をとるとき、 $\vec{f}$ の大きさを示し、その方向を図示せよ。
- [4] 式(イ)の示す法則名を記せ。さらに、 H および r の物理量ならびに単位をそれぞれ記せ。ここで、 I の物理量は電流であり、単位は[A]である。
- [5] 式(イ)の H , I , r はそれぞれ $\vec{H}$, $\vec{I}$, $\vec{r}$ の大きさを表している。これらのベクトルの向きは互いにどのような関係にあるか図示せよ。
- [6] 式(ウ)の示す法則名を記せ。さらに、 Φ の物理量ならびに単位を記せ。ここで、 V および t の物理量は電圧と時間であり、単位はそれぞれ[V]および[s]である。
- [7] 式(エ)はガウスの法則である。 ϵ_0 は真空の誘電率、 $\vec{E}$ は電場ベクトル、 $\vec{n}$ は微小球面 dS の法線ベクトル、 ρ は電荷密度、 dV は微小体積である。半径 a で一様な密度 ρ の球状電荷を考える時、電荷の中心から r の距離にできる球面の内部にある電荷 Q を式で表せ。ただし、 $r \leq a$ とする。
- [8] [7]で示した電荷の中心から r の距離にできる球面における電場 $\vec{E}$ の大きさを求めよ。ここで、 $r \leq a$ および $r > a$ の場合についてそれぞれ示せ。



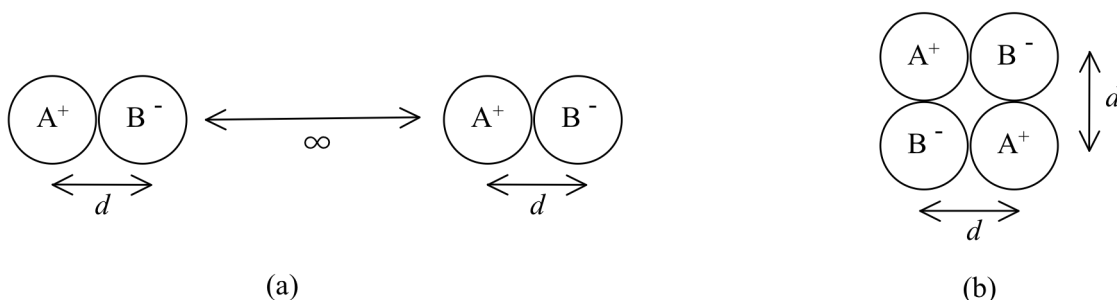
5. 以下の各問に答えよ。

- [1] 距離 r だけ離れた 2 つの電荷 q_1 と q_2 の間のポテンシャルエネルギー E は、次式で表されるとする。

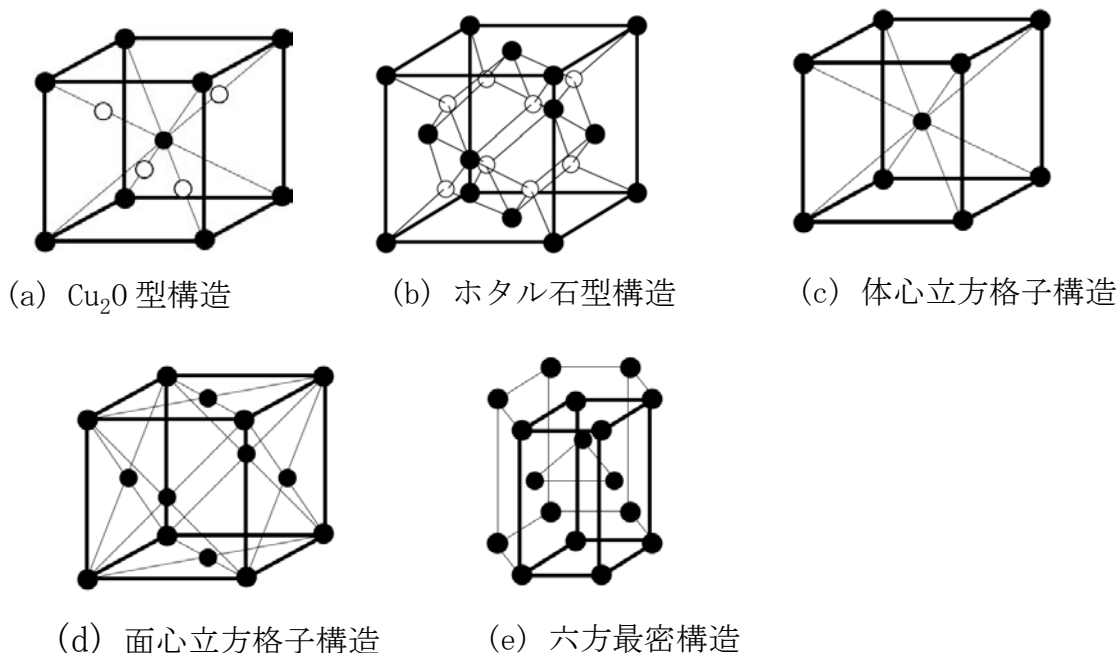
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

ここで、 ϵ_0 は真空の誘電率である。これより、イオン間のポテンシャルエネルギーは、両イオンの中心間距離と電荷で表される式で見積もることができる。

いま、大きさが等しい 1 価の陽イオン A^+ 1 個と 1 価の陰イオン B^- 1 個が真空中で A^+B^- を作っている。両イオンの中心間距離は d である。もう 1 つの A^+B^- と互いに無限に離れて位置する下図 (a) の場合と、2 個の A^+B^- が下図 (b) のように接している場合を比べて、どちらがどれだけエネルギー的に安定であるか答えよ。必要なら電気素量 e を使え。

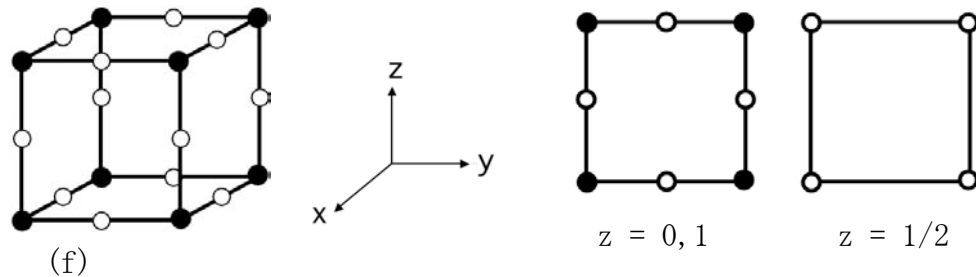


- [2] 下の図 (a)～(e) に示す結晶構造において、●はA原子を、○はB原子を表している。以下の各問に答えよ。

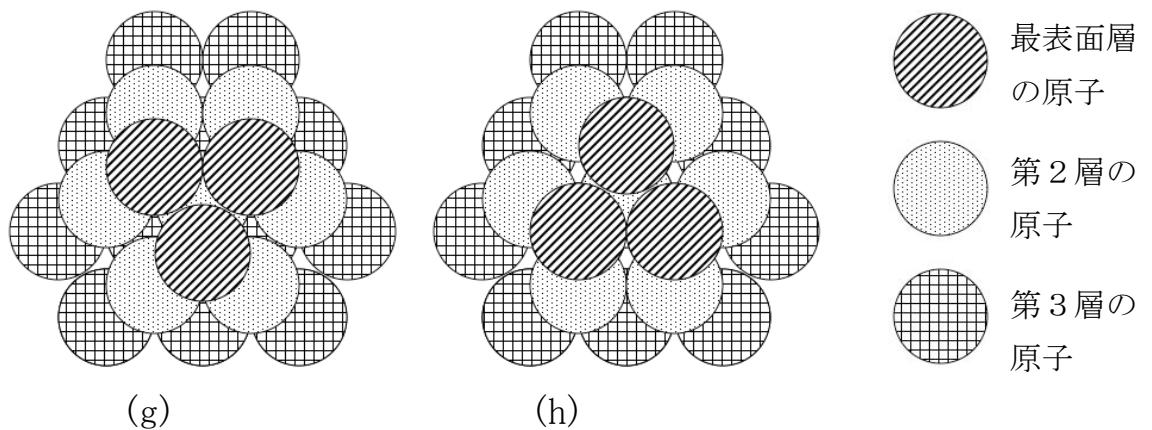


(問題 5 は次のページに続く)

- (1) 結晶構造(a)と(b)のそれぞれの組成式を答えよ。
- (2) 結晶構造(c)～(e)で太線は単位格子を示している。これら(c)～(e)の単位格子中のA原子の数を答えよ。また(c)～(e)の中で同じ充填率を有する構造があればそれらを選べ。ない場合は「なし」と答えよ。
- (3) 下図は、結晶構造(f)とその(x, y)面に平行で原子を含む面の断面図を示している。この例にならって、結晶構造(a)と(b)について、zの値を明記して原子を含む全ての面を図示せよ。



- (4) 図(g)と(h)は、それぞれ単結晶の最表面層、第2層、第3層の原子配置を示している。(g)と(h)のそれぞれが、(a)～(e)の中のどの結晶構造から出来ているかを選べ。ない場合は「なし」と答えよ。。



6. 以下の各問に答えよ。

〔1〕 以下の化合物(1)～(5)について、考えうる構造式をそれぞれ2つずつ示せ。また、それぞれの名称を記せ。

- (1) 分子式 C_5H_{10} を有するアルカン
- (2) 分子式 C_4H_6O を有するケトン
- (3) 分子式 C_4H_9N を有する第2級アミン
- (4) 分子式 C_3H_7NO を有するアミド
- (5) 分子式 C_6H_7N を有する芳香族化合物

〔2〕 次の文章中の空欄にふさわしい語を下の語群から1つ選び答えよ。

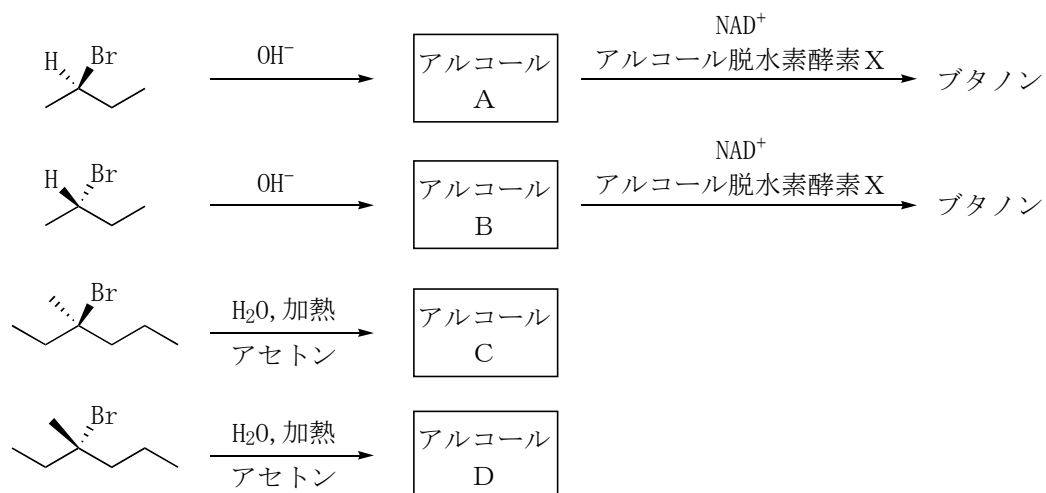
アルケンの炭素－炭素二重結合の位置を知るために、(ア) 分解が利用される。例えば芳香族化合物 $C_{10}H_{12}$ は、炭素－炭素二重結合に (ア) が付加後、爆発性の (イ) と呼ばれる (ウ) の環状化合物に変換される。これを酸性条件下で亜鉛末と反応させると (エ) とプロピオンアルデヒドが生成するので、 $C_{10}H_{12}$ は (オ) である。

[語群]

エポキシ、オゾン、オキシラン、オゾニド、ベンズアルデヒド、アセトフェノン、1-フェニル-1-ブテン、1-フェニル-2-ブテン、2-フェニル-1-ブテン、3員環、4員環、5員環

(問題6は次のページに続く)

〔3〕 次に示す反応について、各問に答えよ。



- (1) 上記の反応で主として生成するアルコール A～D の構造式を記せ。また、アルコール A および C について、*S* 体、*R* 体、ラセミ体のいずれであるかを示し、その理由をそれぞれ 3 行程度で説明せよ。
- (2) ブタノンの生成速度は、アルコール脱水素酵素 X によるアルコール A の酸化反応よりも、同様な条件におけるアルコール脱水素酵素 X によるアルコール B の酸化反応の方が速かった。その理由を 2 行程度で説明せよ。

7. 以下の各問に答えよ。

[1] 次の文を読んで問に答えよ。

生物の基本単位は細胞である。1 個の細胞だけで生きている生物もいれば、複数の細胞が集まって1つの個体を構成する(A)と呼ばれる生物もいる。動物は後者で、たとえばヒトはおよそ(①)個の細胞の集合体である。動物や植物の受精卵は初め1個の細胞であるが、②分裂を繰り返して個体を構成する様々な組織の細胞に分化していく。現在活発に研究されている(B)は、動物の発生初期胚から得られる細胞で、理論的にはすべての組織に分化することが出来る。このため、③医療現場ではこの技術が治療に利用できると期待されており、ヒトの(B)技術を実用化しようと激しい国際競争が行われている。

一方、分子生物学の進歩によって生物の形質転換が可能になり、この技術はすでに産業に使われている。その一例は、遺伝子組換作物である。すでに実用化されているのは、(C)や(D)の機能を付与する遺伝子を組み込んだ作物で、たとえば(E)や(F)などが国際市場に流通している。しかし、その実用化については、今でも④賛否両論がある。自然界にこれまで存在しなかった生物が新しい技術で作られようになったために、生物の多様性の維持およびこのような生物の国境を越えた移動を安全に管理することなどを目的として100以上の国が国際条約・カルタヘナ議定書を結んだ。しかし、遺伝子組換作物の主要生産国である(⑤)は、形質転換された生物固有の危険性について科学的証拠がないことなどを理由に、これを批准していない。

- (1) 括弧内のAからFにあてはまる適当な語を答えよ。
- (2) ①にあてはまる数を、次の中から選んで答えよ。
50億、500億、5兆、50兆、500兆
- (3) ②の分裂を一般に何と呼ぶか、答えよ。
- (4) ③で期待されているのはどのような治療か、1～2行で説明せよ。
- (5) ④の賛成意見、反対意見の一例をそれぞれ1～2行で説明せよ。
- (6) ⑤に該当する国を次の中から選んで答えよ。
アメリカ合衆国、イギリス、中国、ドイツ、日本、フランス

[2] 次の問に答えよ。

- (1) 抗体とはどのようなタンパク質か、その構造の特徴を2行程度で説明せよ。
- (2) マウスなどの動物は、ゲノムにある遺伝子数よりもはるかに多くの種類の抗体分子を作ることができる。このしくみを、2行程度で説明せよ。
- (3) 結核や麻疹(はしか)などの病気の予防にはワクチン療法が有効である。ワクチン療法とはどのような方法か、2行程度で説明せよ。

(問題7は次のページに続く)

〔3〕 次の問に答えよ。

- (1) ヒトの聴覚、平衡覚について、次の文中の (A) から (I) にあてはまる最も適当な数字または語句を下の選択肢から 1 つずつ選べ。

音は耳殻によって集められ、(A) の鼓膜に達する。鼓膜は音波の大きさに応じて振動し、これに接する耳小骨がその振動をうずまき管の前庭窓に伝え、さらにうずまき管内を満たすリンパ液に伝える。鼓膜と前庭窓の面積比が約 20 : 1 であるから、音波の振幅は (B) される。20 ~ (C) Hz の音のうち、振動数の小さい音波は前庭窓から (D) 方のうずまき管の基底膜を振動させ、その場所の聴覚細胞が興奮する。聴覚細胞の興奮は聴神経によって (E) の感覚中枢に伝えられ、聴覚を生じる。感覚中枢からうずまき管に至る (F) 神経が、聴覚細胞の感度を調節している。

一方、からだが傾いたり、回転したりすることによって生じる感覚を平衡覚といい、前庭と (G) が平衡器として働いている。前庭の内部には、感覚毛を持った感覚細胞とその上にのった (H) (平衡砂) がある。からだが傾くと (H) がずれ、これによって重力の方向とその変化を感じる。

(G) は、前庭につながる半円状の管で、(I) 個が互いに直交する面に位置している。からだを回転させると、管内のリンパ液の動きが変化し、感覚毛を持った感覚細胞が刺激されて、回転運動の方向や速さを感じる。

- A : 外耳、中耳、内耳
- B : 減衰、増幅
- C : 200、2000、20000、200000
- D : 近い、遠い
- E : 大脳、間脳、中脳、小脳
- F : 遠心性、求心性、自律
- G : 気管、耳管、半規管、半月板
- H : 砂囊、耳石、松果体、中心小体
- I : 1、2、3、4、5

- (2) 上のように、聴覚や平衡覚の感覚細胞の興奮は、神経細胞へと伝達され、神経細胞が興奮する。一般に神経細胞の興奮は、細胞膜において静止電位の状態から、パルス状の活動電位が発生することで起こる。神経細胞が興奮したときの膜電位の変化を図示せよ。ただし、縦軸と横軸には、単位とおよその目盛の数値を記入すること。